

golo  $prq$  è differente da  $0^\circ$  e da  $180^\circ$  e quindi (I) le geodetiche corrispondenti  $r'p'$ ,  $r'q'$  formano in  $r'$  un angolo pure differente da  $0^\circ$  e da  $180^\circ$ . Dunque se le geodetiche  $r'p'$ ,  $r'q'$  si dicono *parallele* alla  $p'q'$ , in quanto segnano il trapasso dalla schiera di quelle che intersecano la  $p'q'$  alla schiera di quelle che non la intersecano, si può enunciare il risultato dicendo che : da ogni punto (reale) della superficie si possono sempre condurre *due* geodetiche (reali) parallele ad una medesima geodetica (reale) che non passi per quel punto, e queste due geodetiche fanno tra loro un angolo differente tanto da  $0^\circ$  quanto da  $180^\circ$ .

Questo risultato s'accorda, salva la diversità delle espressioni,, con quello che forma il cardine della geometria non-euclidea. Per isorgere subito, nella geometria pseudo-sferica, l'interpetrazione di qualche altra affermazione della geometria non-euclidea, consideriamo un triangolo geodetico. Ognuno sa che quando si studiano figure esistenti sopra una superficie la quale non sia sviluppatale sopra un piano, riesce spesso opportuno, per la più facile intelligenza, di delineare in piano un'altra figura, la quale, senza essere ricavata dalla prima secondo una determinata legge geometrica, serva tuttavia ad *indicare* approssimativamente la disposizione generale, riproducendone le più sostanziali relazioni di sito. Perché la figura indicativa adempia a tale condizione, bisogna che tutte le grandezze, sì lineari che angolari, della figura data, vi si trovino sostituite da grandezze di eguale specie (rispettivamente) ; bisogna inoltre che le lunghezze di due linee corrispondenti, e i seni di due angoli corrispondenti abbiano sempre fra loro un rapporto finito, poco importando poi che tale rapporto varii arbitrariamente da una parte all'altra della figura, purché non diventi mai né nullo né infinito. È ovvio del resto che, in tanta latitudine di scelta, conviene far sì che nella figura indicativa il rapporto anzidetto non presenti eccessive deviazioni da un certo valor medio. Ciò posto, se il triangolo geodetico testé immaginato ha tutti i suoi vertici a distanza finita, è chiaro che ogni triangolo piano può servire ad indicarlo. Questo triangolo piano potrebbe essere lo stesso triangolo rettilineo che ne forma la rappresentazione nel piano ausiliare, triangolo che sarebbe totalmente interno al cerchio limite. Si potrebbe ancora, secondo le circostanze, preferire un triangolo curvilineo, i cui angoli fossero p. es. eguali a quelli del triangolo geodetico. Ma se si suppone che i vertici del triangolo geodetico vadano allontanandosi indefinitamente e passino a distanza infinita, è chiaro che, mentre il triangolo stesso continua ad essere una figura esistente sulla superficie, con tutti i suoi punti, tranne i vertici, a distanza finita, la figura indicativa non potrebbe essere finita in ogni senso senza violare in qualche parte le condizioni che abbiamo formulato. Per es. il triangolo rettilineo rappresentante il triangolo geodetico sul piano ausiliare avrebbe i suoi angoli finiti, mentre quelli del triangolo geodetico sarebbero nulli. E un.

triangolo curvilineo coi lati tra loro tangenti nei vertici violerebbe del pari le condizioni anzidette in ciò che, prendendo due punti  $b$ ,  $o$  sui lati che concorrono in un vertice  $a_\theta$  si otter-